

Tomasz JODŁOWIEC,¹ Jerzy MARSZAŁEK

Opiekun naukowy: Jerzy MARSZAŁEK²

NUMERYCZNA ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCI BELKI Z KOMPOZYTU WARSTWOWEGO W WARUNKACH ZGINANIA TRZYPUNKTOWEGO

Streszczenie: W artykule, z wykorzystaniem metody elementów skończonych, przeprowadzono numeryczny eksperyment zginania trzypunktowego belki z kompozytu warstwowego. Głównym celem eksperymentu było sprawdzenie i porównanie wytrzymałości belki w miejscach, w których warstwy są ułożone równolegle i prostopadle względem kierunku działania obciążenia. Kompozyt o właściwościach ortotropowych zamodelowano na poziomie makroskalowym wykorzystując dwuwymiarowe elementy skończone. W modelu dyskretnym uwzględniono podpory i stempel obciążający. Wykonano dwie symulacje numeryczne, na podstawie których sprawdzono wpływ wysokości belki na jej sztywność i wytrzymałość.

Słowa kluczowe: kompozyt warstwowy, eksperyment numeryczny, model MES

NUMERICAL ANALYSIS OF THE STRENGTH OF A LAYERED COMPOSITE BEAM UNDER THREE POINT BENDING

Summary: In this paper, using the finite element method, a numerical experiment of three point bending of a composite beam was performed. The main purpose of the experiment was to check and compare the strength of the beam in places where the layers are parallel and perpendicular to the direction of the load. The composite of an orthotropic properties was modeled at the macroscale level using two-dimensional finite elements. The supports and punch were also included in the discrete model. Two numerical simulations were performed to check the influence of the beam height on its stiffness and strength.

Keywords: layered composite, numerical experiment, FE model

1. Wprowadzenie

Konstrukcje inżynierskie wykonane z polimerowych kompozytów warstwowych są na ogół cienkościennie a dominującym schematem ich obciążenia jest zginanie [4].

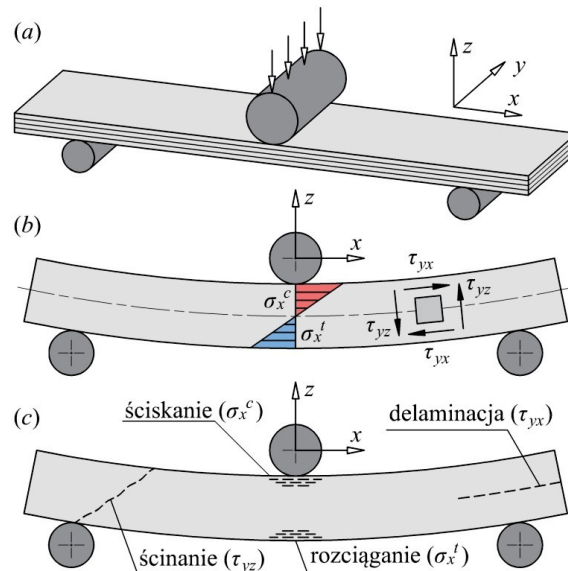
¹Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, tj057233@student.ath.edu.pl

²dr inż., Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, jmarszalek@ath.bielsko.pl

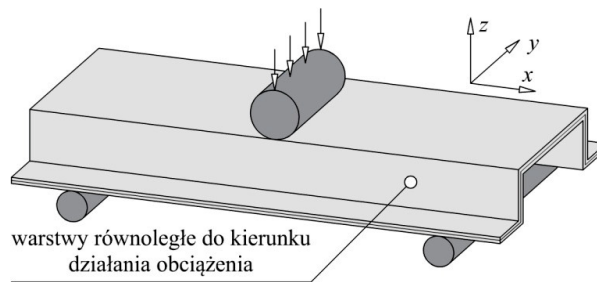
Z tego powodu, oprócz stałych inżynierskich wchodzących w skład równań konstytutywnych opisujących właściwości mechaniczne kompozytu, tj. E_{11} , E_{22} , E_{33} , G_{12} , G_{13} , G_{23} , ν_{12} , ν_{13} i ν_{23} , należy wyznaczyć sztywność i wytrzymałość kompozytu w warunkach obciążenia zginającego. W tym celu stosuje się znormalizowane testy doświadczalne, w których płaskie prostopadłościennne próbki kompozytu są poddawane statycznemu zginaniu trzypunktowemu lub czteropunktowemu. Podczas zginania obciążenie jest przykładane do próbki w kierunku prostopadłym do powierzchni warstw zgodnie z rysunkiem 1a. Na podstawie przeprowadzonego testu wyznacza się dla kompozytu moduł zginania E_f będący miarą sztywności kompozytu na zginanie i wytrzymałość na zginanie σ_f . W praktyce najczęściej wykorzystuje się test zginania trzypunktowego [3]. Podczas zginania trzypunktowego w próbce pojawiają się jednocześnie naprężenia normalne (rozciągające σ_x^t i ściskające σ_x^c) i naprężenia styczne (w warstwach τ_{yx} i w poprzek warstw τ_{yz}) – rysunek 1b. Zniszczenie próbki w wyniku przekroczenia dopuszczalnego naprężenia rozciągającego przejawia się najczęściej rozerwaniem dolnych warstw próbki (rysunek 1c). W przypadku osiągnięcia maksymalnego naprężenia ściskającego obserwuje się w próbce lokalne uszkodzenia górnych warstw w pobliżu miejsca przyłożenia siły zginającej. Zniszczenie próbki w wyniku przekroczenia dopuszczalnego naprężenia stycznego w poprzek warstw występuje sporadycznie podczas zginania polimerowych kompozytów warstwowych (ma istotne znaczenie podczas testowania materiałów kruchych). Szczególnie niebezpieczne dla kompozytów warstwowych jest naprężenie styczne w warstwach, które podczas zginania może zainicjować rozwarstwienie (delaminację) lub doprowadzić do rozwoju istniejących w kompozycie pęknięć międzywarstwowych.

W praktyce inżynierskiej często wykorzystuje się części kompozytowe ukształtowane w taki sposób, aby występowały w nich fragmenty płaskie równoległe do warstw. Przykładem takiej części jest cienkościenna belka kompozytowa, w której można wyróżnić fragmenty płaskie z warstwami usytuowanymi prostopadle i równoległe względem kierunku działania obciążenia zginającego (rysunek 2). Sztywność i wytrzymałość belki zależy przede wszystkim od jej wysokości, a więc wymiarów fragmentów płaskich z warstwami ułożonymi równoległe do kierunku działania obciążenia. Wytrzymałość kompozytu warstwowego na zginanie w takim kształcie z reguły nie jest sprawdzana w testach doświadczalnych. Normy zawierające procedury zginania kompozytów warstwowych dotyczą przypadków zginania w kierunku prostopadłym do warstw.

W niniejszej pracy, w celu sprawdzenia sztywności i wytrzymałości kompozytu podczas zginania w kierunku równoległym do warstw przeprowadzono eksperyment numeryczny polegający na symulacji zginania belki z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Wykonano dwie symulacje, na podstawie których sprawdzono wpływ wysokości belki na jej sztywność i wytrzymałość.



Rysunek 1. (a) Schemat zginania trzypunktowego próbki kompozytu, (b) naprężenia w zginanej próbce, (c) rodzaje uszkodzeń w zginanej próbce

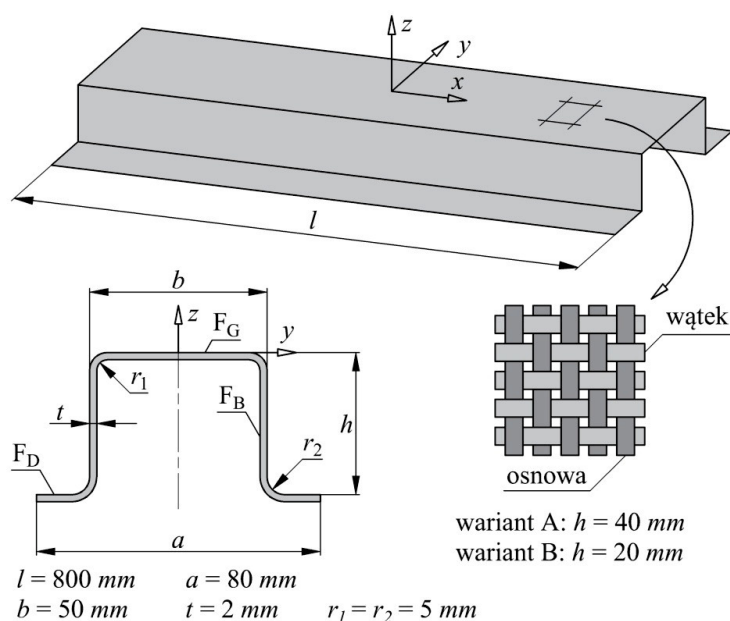


Rysunek 2. Przykład belki kompozytowej z warstwami usytuowanymi równoległe do kierunku działania obciążenia

2. Obiekt badań

Numeryczny eksperyment zginania trzypunktowego przeprowadzono dla belki kompozytowej, której wymiary i przekrój poprzeczny są widoczne na rysunku 3. Podczas zginania część obciążenia jest przenoszona przez fragmenty belki, których warstwy są prostopadłe do kierunku działania obciążenia (warstwy kompozytu są równoległe do płaszczyzny xy). Fragmenty belki równoległe do płaszczyzny xy zostały oznaczone w następujący sposób: F_G (fragment górny) i F_D (fragmenty dolne). Z kolei fragmenty z warstwami równoległymi do kierunku działania obciążenia (prostopadłe do płaszczyzny xy) oznaczono skrótem F_B (fragmenty boczne). Belka

jest wykonana z kompozytu polimerowego wzmocnionego tkaniną rovingową z włókien węglowych (splot płócienny) – rysunek 3. Belka składa się z ośmiu warstw tkaniny ułożonych w takiej samej orientacji, tzn. włókna każdej warstwy są równoległe do osi x . W rezultacie belka jest wykonana z kompozytu, który wykazuje ortotropowe właściwości sprężyste. Oznacza to, że właściwości sprężyste kompozytu są opisane przez dziewięć stałych inżynierskich, tj. moduły sprężystości podłużnej E_{11} , E_{22} , E_{33} , moduły sprężystości poprzecznej G_{12} , G_{13} , G_{23} oraz współczynniki Poissona ν_{12} , ν_{13} i ν_{23} . Stałe inżynierskie i wytrzymałość kompozytu na rozciąganie k_r są zamieszczone w tabeli 1. Całkowita grubość kompozytu wynosi 2 mm . Symulację zginania trzypunktowego wykonano dla dwóch wariantów belki: A – wysokość belki h wynosi 40 mm , B – wysokość belki h jest o połowę mniejsza i wynosi 20 mm .



Rysunek 3. Wymiary belki kompozytowej i schemat tkaniny rovingowej o splotie płóciennym

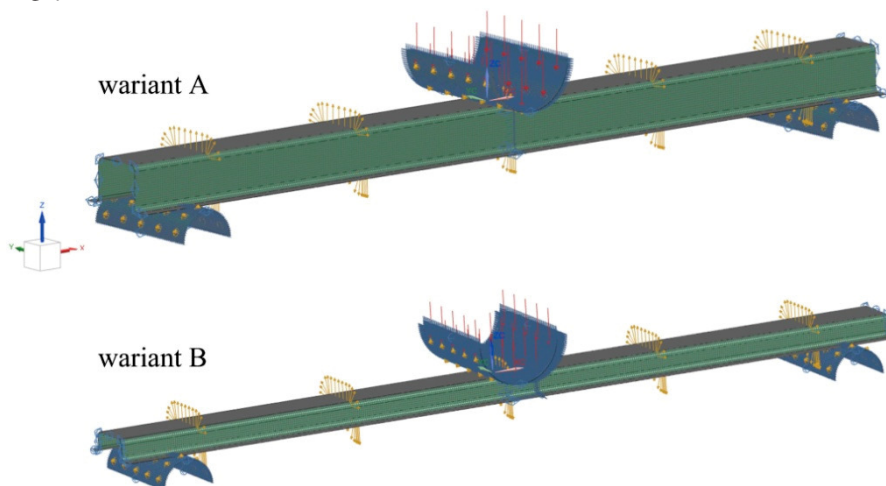
Tabela 1. Stałe inżynierskie kompozytu warstwowego [5]

E_{11}	E_{22}	E_{33}	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	k_r
57	57	10	4.3	2.9	2.9	0.04	0.45	0.45	515
GPa	GPa	GPa	GPa	GPa	GPa				MPa

3. Model numeryczny belki

Modele geometryczne belek A i B zostały przygotowane w programie NX Siemens. Dyskretyzację modeli przeprowadzono w module *fem* programu NX wykorzystując czterowzłowe (płaskie) elementy skończone typu CQUAD4 o wymiarach $2 \times 2\text{ mm}$ (rysunek 4). Układ współrzędnych xyz modeli belek znajduje się w połowie ich

długości (gdzie x – oś wzdłużna, y – oś poprzeczna, z – oś prostopadła do płaszczyzny xy). Za pomocą specjalnego modułu do generowania struktur warstwowych zdefiniowano dla modelu osiem warstw wzmocnienia, przypisując każdej z nich właściwości materiałowe, grubość (0.25 mm) i kąt ułożenia (0°). Ułożenie wszystkich warstw w orientacji 0° spowodowało, że wążek i osnowa tkaniny były odpowiednio równoległe i prostopadłe do osi x . Zdefiniowanie właściwości materiałowych warstw spowodowało się do utworzenia materiału ortotropowego i wprowadzeniu dziewięciu stałych inżynierskich (tabela 1). W dyskretyzacji stalowych podpór i stempla obciążającego również wykorzystano czterowęzłowe elementy skończone. Promień zaokrąglenia podpór i stempla wynosił odpowiednio 25 mm i 40 mm . Stempel został umiejscowiony w połowie długości belek. Rozstaw podpór, rozmieszczonych symetrycznie względem stempla, wynosił w obu przypadkach 700 mm . Następnie w module *sim* programu NX przystąpiono do zdefiniowania warunków brzegowych. W tym celu węzłom wchodzącym w skład elementów tworzących podpory odebrano wszystkie stopnie swobody (podpory zostały unieruchomione) i utworzono kontakt z tarcieniem między podporami i belkami. Wartość współczynnika tarcia między kompozytową belką i stalowymi elementami przyjęto na poziomie 0.71 [1]. Zdefiniowano również kontakt z tarcieniem między stemplem i belkami. Modelując zagadnienie kontaktu przyjęto, że podpory i stempel są komponentami nieodkształcalnymi. W przypadku węzłów wchodzących w skład modelu stempla pozostawiono możliwość przemieszczenia w kierunku działania siły zginającej (wzdłuż osi z). Siłę zginającą przyłożono w węzłach elementów skończonych stempla. Warunki brzegowe wynikające z zamodelowania kontaktu spowodowały, że model belki nie mógł przemieszczać się wzdłuż osi z i obracać wokół osi x i y . Pomimo uwzględnienia tych warunków macierz sztywności modelu nadal pozostała osobliwa. W celu uzyskania nieosobliwej macierzy sztywności należało wprowadzić do modelu dodatkowe warunki brzegowe. Węzły znajdujące się w połowie długości belki (w płaszczyźnie yz) podczas zginania nie zmieniają swojego położenia względem osi x .



Rysunek 4. Modele makroskalowe belek kompozytowych.

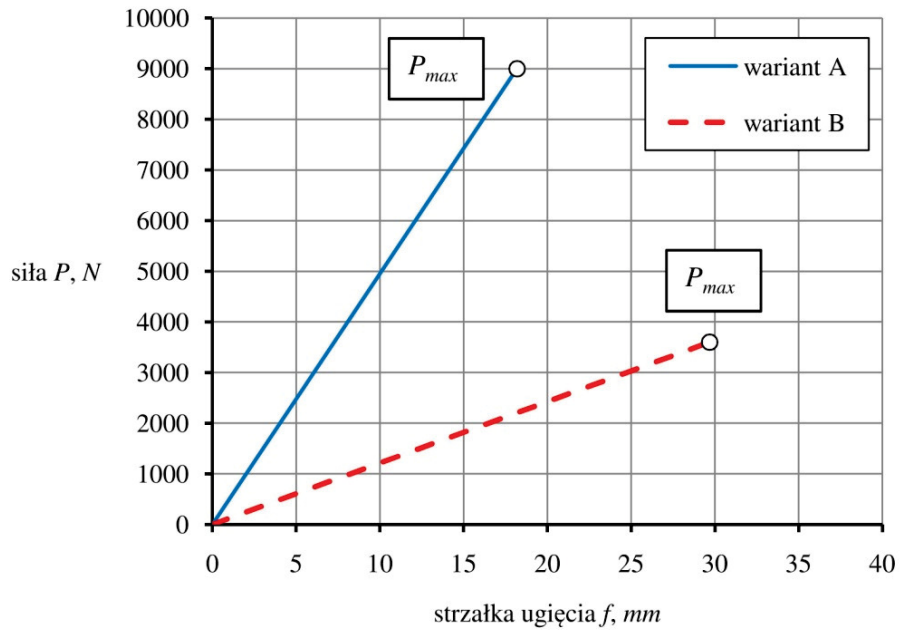
Dlatego odebrano tym węzłom możliwość przemieszczenia wzdłuż osi x . Dodatkowo odebrano możliwość przemieszczenia wzdłuż osi y jednemu węzłowi znajdującemu się pod stemplem w połowie szerokości belki, tj. w płaszczyźnie xz (współrzędna y tego węzła nie zmienia się podczas zginania). Symulację zginania belek przeprowadzono za pomocą solvera NX Nastran uruchamiając analizę SOL 101 Linear Statics – Global Constraints.

4. Wyniki i dyskusja

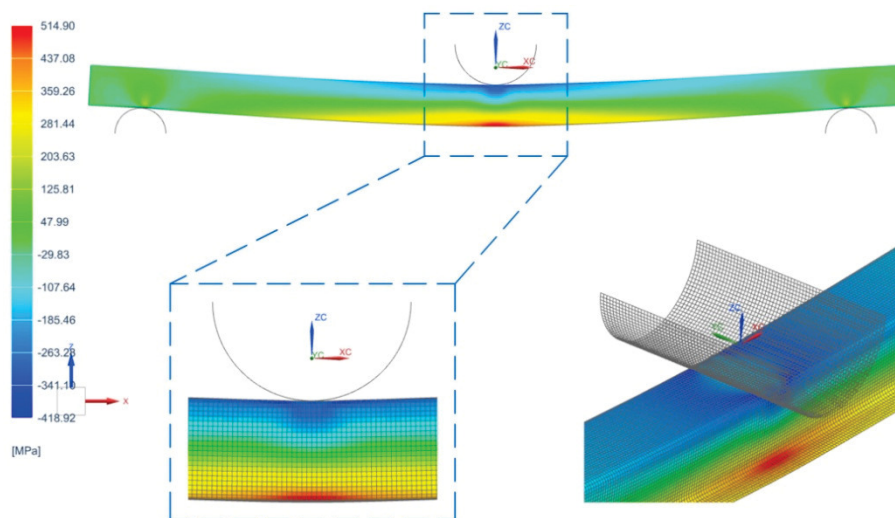
Na podstawie przeprowadzonych symulacji opracowano, dla każdego wariantu modelu belki, charakterystykę w postaci siła zginająca-strzałka ugięcia $P(f)$ (rysunek 5). Charakterystyki są liniowe, ponieważ zdefiniowano liniowy model materiałowy kompozytu. Punkt końcowy każdej charakterystyki odpowiada sile zginającej, przy której naprężenie rozciągające w belce osiąga wartość graniczną, tj. $k_r = 515 \text{ MPa}$ (wówczas w belce powinny pojawić się pęknięcia spowodowane przekroczeniem dopuszczalnego naprężenia rozciągającego). Wartość progowej siły zginającej P_{max} i strzałki ugięcia f_{max} wynoszą: $P_{max} = 9000 \text{ N}$, $f_{max} = 18.2 \text{ mm}$ (wariant A) oraz $P_{max} = 3600 \text{ N}$, $f_{max} = 29.7 \text{ mm}$ (wariant B). Sztywność belki A jest czterokrotnie większa od sztywności belki B, tzn. dla zadanej strzałki ugięcia belka A przenosi czterokrotnie większą siłę zginającą. Rozkład naprężenia rozciągającego w modelach jest symetryczny względem płaszczyzny xz (rysunek 6, rysunek 7). W obu wariantach graniczne naprężenie rozciągające pojawia się tylko w jednym miejscu, w połowie długości belek, gdzie następuje przejście między fragmentami F_D i F_B , tj. w miejscu zaokrąglenia przekroju (promień r_2 – rysunek 3). We fragmencie F_G obserwuje się tylko naprężenie ściskające. Fragmenty F_B nie są narażone na zniszczenie, ponieważ naprężenie rozciągające w warstwach jest znacznie mniejsze od wartości granicznej. W tabeli 2 są zestawione maksymalne wartości naprężenia rozciągającego dla wszystkich warstw w chwili przyłożenia do modeli A i B siły progowej P_{max} . W obu przypadkach, w kolejnych warstwach kompozytu, obserwuje się coraz mniejsze wartości naprężenia rozciągającego. Wynika z tego, że najpierw zniszczeniu ulegnie zewnętrzna warstwa kompozytu, w której naprężenie rozciągające przyjmuje wartość graniczną. W takim przypadku zastosowanie może znaleźć kryterium uszkodzenia pierwszej warstwy FPF (ang. *first ply failure*) [2].

Tabela 2. Maksymalne naprężenie rozciągające w warstwach kompozytu.

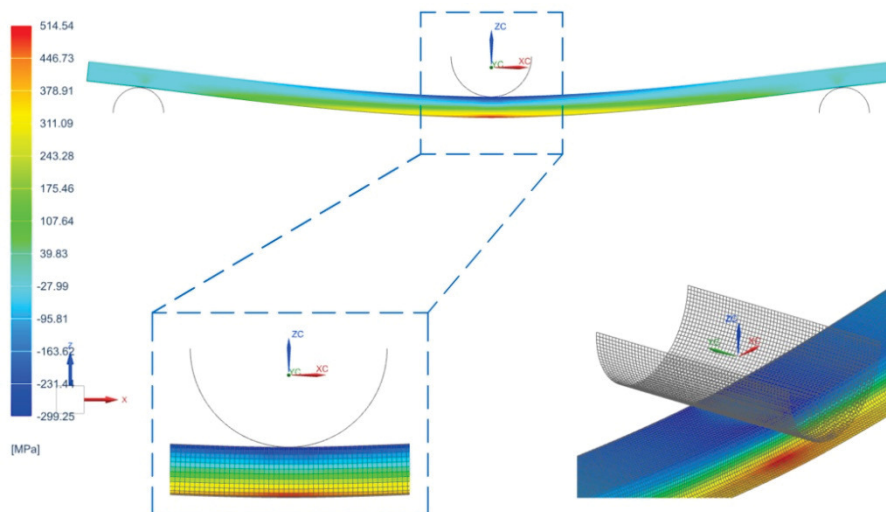
numer warstwy	naprężenie rozciągające, MPa	
	wariant A	wariant B
1	514.54	514.90
2	497.56	500.13
3	480.59	486.10
4	463.61	472.81
5	446.63	459.51
6	429.65	446.22
7	412.67	432.92
8	395.70	419.62



Rysunek 5. Obliczeniowe charakterystyki siła zginająca-strzałka ugięcia



Rysunek 6. Rozkład naprężenia normalnego wzdłuż belki A



Rysunek 7. Rozkład naprężenia normalnego wzdłuż belki B

Modele makroskalowe kompozytów warstwowych charakteryzują się zadowalającą efektywnością obliczeniową, której miarą jest czas obliczeń (tabela 3). Wynika to z faktu, że modele tego typu nie uwzględniają mikrostruktury kompozytu na poziomie komponentów (włókien wzmacniających i matrycy) i najczęściej są budowane z wykorzystaniem dwuwymiarowych elementów skończonych. Ponadto modele makroskalowe charakteryzują się licznymi założeniami upraszczającymi, ponieważ działają w oparciu o klasyczną teorię laminacji. Symulacje zginania belek przeprowadzono na komputerze PC Intel® Core™ i7-4770S 3.10 GHz, 32 GB.

Tabela 3. Czas symulacji z wykorzystaniem modelu makroskalowego.

wariant	liczba węzłów	liczba elementów skończonych	czas obliczeń, s
A	30877	30400	37
B	22857	22400	29

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych symulacji numerycznych z wykorzystaniem makroskalowego modelu obliczeniowego sformułowano następujące wnioski:

- sztywność belki A jest czterokrotnie większa od sztywności belki B, tzn. dla zadanego obciążenia strzałka ugięcia belki B jest czterokrotnie większa,
- warstwa obojętna zamodelowanych belek znajduje się we fragmentach, których warstwy są ułożone równoległe do kierunku działania obciążenia zginającego –

graniczne naprężenie rozciągające jest przekroczone w dolnych częściach tych fragmentów,

- w symulacjach wykorzystano tylko jeden warunek wytrzymałościowy na graniczne naprężenie rozciągające w warstwach – wprowadzenie do modelu dodatkowych warunków wytrzymałościowych np. związanych z pękaniem międzywarstwowym mogłoby spowodować, że uszkodzenie modeli pojawi się przy mniejszych wartościach obciążenia,
- makroskalowe modele dyskretne, w przypadku statycznych analiz liniowych, charakteryzują się zadowalającą efektywnością numeryczną, która jest akceptowalna w praktyce inżynierskiej – czas symulacji modelu o większej liczbie węzłów i elementów (wariant A) nie przekroczył jednej minuty, jednak wprowadzenie do modelu dodatkowych źródeł nieliniowości (duże przemieszczenia i odkształcenia, strefa kohezijna zbudowana z nieliniowych elementów kohezyjnych, nieliniowy model materiałowy kompozytu) znacznie wydłużył czas symulacji,
- zastosowanie modeli makroskalowych, pomimo zadowalającej efektywności numerycznej, wymaga przeprowadzenia weryfikacji doświadczalnej wyników symulacji, ponieważ modele makroskalowe bazują na licznych założeniach upraszczających, m.in. nie uwzględniają mikrostruktury kompozytu na poziomie jego komponentów (włókien i matrycy), nie uwzględniają rodzaju splotu tkaniny wzmacniającej, budowane są w oparciu o klasyczną teorię laminacji, zgodnie z którą odkształcenia przebiegające po grubości kompozytu są ciągłe i nie występują poślizgi między warstwami.

Wykorzystany w artykule makroskalowy model dyskretny kompozytu warstwowego można uzupełnić o nieliniowe elementy kohezyjne, za pomocą których symuluje się delaminację. Ponadto definiując model materiałowy kompozytu można aktywować różne kryteria wytrzymałościowe dla pojedynczej warstwy wzmocnienia (laminy), np. kryterium maksymalnego naprężenia, kryterium maksymalnego odkształcenia, kryterium Tsai-Wu, kryterium Tsai-Hill, kryterium Hashin i inne [2]. Uwzględnienie w modelu makroskalowym wymienionych kryteriów umożliwi symulację różnych mechanizmów uszkodzenia belki kompozytowej, np. pęknięcie włókien i zniszczenie matrycy w warunkach rozciągania i ściskania.

LITERATURA

1. BAJPAI A., SAXENA P., KUNZE K.: Tribo-mechanical characterization of carbon fiber-reinforced cyanate ester resins modified with fillers. *Polymers*, 12(2020), 1725.
2. BARBERO E.J.: Introduction to composite materials design – 2nd edition. CRC Press, Boca Raton 2011.
3. HOU P., ZHAO H., MA Z., ZHANG S., LI J., DONG X., SUN Y., ZHU Z.: Influence of punch radius on elastic modulus of three-point bending tests. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(5)(2016),1-8.

4. OSTAPIUK M., BIENIAŚ J., SUROWSKA B.: Analysis of the bending and failure of fiber metal laminates based on glass and carbon fibers. *Science and Engineering of Composite Materials*, 25(6)(2018),1095-1106.
5. TAN P., TONG L., STEVEN G.P.: Micromechanics models for the elastic constants and failure strength of plain weave composites. *Composite Structures*, 47(1999), 797-804.