

Andrzej BANAS<sup>1</sup>

Opiekun naukowy: Jarosław JANUSZ<sup>2</sup>

DOI: <https://doi.org/10.53052/9788366249837.29>

## STANOWISKO DYDAKTYCZNE WAHADŁA ODWRÓCONEGO Z NAPĘDEM ŚMIGŁOWYM

**Streszczenie:** W pracy przedstawiono model badawczo-dydaktyczny wahadła odwróconego z napędem śmigłowym. Stanowisko składa się z fizycznego modelu, układu sterowania oraz aplikacji sterującej. Do napędu wykorzystano silniki BLDC napędzające śmigła modelarskie. Program sterujący zaimplementowano na platformie Arduino UNO. Model może być sterowany z wykorzystaniem aplikacji komputerowej jak i sterowany bezprzewodowo poprzez bluetooth. Aplikację na komputer napisano w języku C# w programie Visual Studio 2019. W ramach pracy przeprowadzono badania testowe stanowiska

**Słowa kluczowe:** wahadło odwrócone, regulator PID, stabilność

## INVERTED PENDULUM DIDACTIC STAND WITH PROPELLER DRIVE

**Summary:** The paper presents a research and didactic model of an inverted pendulum with a propeller drive. The station consists of a physical model, a control system and a control application. The BLDC motors were used to drive the modelled propellers. The control program has been implemented on the Arduino UNO platform. The model can be controlled using a computer application and wirelessly controlled via bluetooth. The computer application was written in C # in the program with Visual Studio 2019. The stand was tested.

**Keywords:** inverted pendulum, PID controller, stability

### 1. Wprowadzenie

Wahadło to swobodnie wiszący pręt, przymocowany prostopadle do osi, umożliwiającej mu zmianę położenia jednego z końców, w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu, przechodzącej przez końce pręta, względem punktu mocowania do osi.

---

<sup>1</sup> inż., Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, specjalność: Automatyka Elektrotechniczna i Systemy Informatyczno-Pomiarowe, email: banas.andrzej@gmail.com

<sup>2</sup> dr inż., Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki email: jjanusz@ath.bielsko.pl

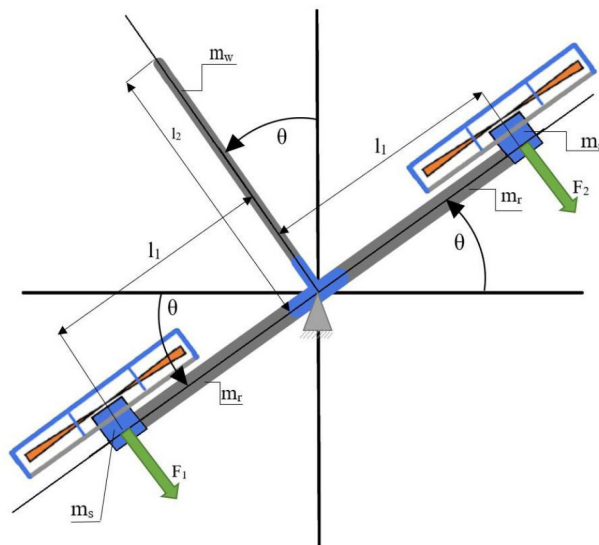
Środek ciężkości wahadła jest powyżej osi obrotu, dlatego układ jest niestabilny i obraca się tak, że środek ciężkości w spoczynku znajduje się poniżej osi obrotu. W wahadle odwróconym pożądane jest by środek ciężkości układu utrzymywał się powyżej osi obrotu układu. Pożądany efekt otrzymuje się poprzez dołożenie do pręta napędu oraz urządzeń sterujących, które pozwalają przeciwdziałać sile grawitacji. W opisanym w niniejszej pracy modelu wykorzystano siłę ciągu generowaną przez śmigła napędzane silnikami elektrycznymi zamocowanymi na ramionach prostopadłych do pręta, przez co układ przypomina literę T.

## 2. Model matematyczny

Model matematyczny jest to opis będący hipotezą, co do sposobu działania układu i na podstawie tego modelu można wnioskować co do wpływu potencjalnych zakłóceń na stan układu. Przy budowaniu modelu matematycznego przyjęto pewne uproszczenia: pominięto masę łącznika głównego (będącego w osi obrotu), masę osi układu oraz siły tarcia na połączeniu ślizgowym, silniki wraz ze śmigłami i osłonami przyjęto jako masę skupioną.

### 2.1. Równania ruchu

Równania ruchu wyprowadzono uwzględniając przyjęte założenia i oznaczenia przyjęte zgodnie z rys.1.



Rysunek 1. Schemat modelu wahadła odwróconego

Przyjęto oznaczenia:

- $m_r$  – masa ramienia wraz przewodami zasilającymi,
- $m_s$  – masa silnika ze śmigłem, osłonami i korpusem mocującym,
- $m_w$  – masa wskaźnika (pręta bez napędów),
- $l_1$  – długość ramienia na którym zamontowano silnik,

$l_2$  – długość wskaźnika (pręta bez napędów),  
 $\theta$  – kąt wychylecia wahadła,  
 $g$  – przyspieszenie ziemskie,  
 $F_1$  – siła wytworzona przez śmigło 1,  
 $F_2$  – siła wytworzona przez śmigło 2.

Równanie równowagi momentów dla układu przyjmuje postać:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{3} m_r l_1^2 \ddot{\theta} + m_s l_1^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{3} m_r l_1^2 \ddot{\theta} + m_s l_1^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{3} m_w l_2^2 \ddot{\theta} = \\
 & = \left( \frac{1}{2} m_r g l_1 \cos \theta + m_s g l_1 \cos \theta \right) - \left( \frac{1}{2} m_r g l_1 \cos \theta + m_s g l_1 \cos \theta \right) + \\
 & + \frac{1}{2} m_w g l_2 \sin \theta + (F_1 - F_2) l_1
 \end{aligned} \quad (1)$$

Grupując i redukując wyrazy podobne równanie (1) można zapisać:

$$\left( \frac{1}{3} m_r + m_s \right) 2l_1^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{3} m_w l_2^2 \ddot{\theta} = \frac{1}{2} m_w g l_2 \sin \theta + (F_1 - F_2) l_1 \quad (2)$$

Przyjmując oznaczenia:

$$m_1 = \frac{1}{3} m_r + m_s \quad (3)$$

$$m_2 = \frac{1}{3} m_w \quad (4)$$

$$m_3 = \frac{1}{2} m_w \quad (5)$$

$$F = F_1 - F_2 \quad (6)$$

i wstawiając do równania (2) po uporządkowaniu uzyskuje się równanie modelu wahadła:

$$(2m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) \ddot{\theta} = m_3 g l_2 \sin \theta + F l_1 \quad (7)$$

Dokonując linearyzacji modelu (7), założono że dla małych wartości wychylecia wahadła z położenia równowagi zachodzi zależność:  $\sin \theta \cong \theta$ . Zatem model zlinearyzowany model można przedstawić następująco:

$$(2m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2) \ddot{\theta} = m_3 g l_2 \theta + F l_1 \quad (8)$$

Przyjmując zmienne stanu  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$  oraz wyjście  $y = \theta$ , zlinearyzowany model zapisano w przestrzeni stanu:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} F \quad (9)$$

$$y = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (10)$$

gdzie:

$$a = \frac{m_3 g l_2}{2m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} \quad (11)$$

$$b = \frac{l_1}{2m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} \quad (12)$$

## 2.2. Stabilność, sterowalność i obserwowalność układu

W celu sprawdzenia stabilności rozpatrywanego układu na podstawie zapisu w przestrzeni stanu (9), (10) wyznaczono równanie charakterystyczne:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \quad (13)$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}\right) = s^2 - a = 0 \quad (14)$$

gdzie:  $\mathbf{A}$  - macierz stanu,  
 $\mathbf{I}$  - macierz jednostkowa.

Pierwiastki równania charakterystycznego (14) wynoszą:  $s_{1,2} = \pm\sqrt{a}$ . Aby układ był stabilny [3] wszystkie pierwiastki równania charakterystycznego muszą leżeć w lewej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej. Aby warunek ten był spełniony  $a < 0$ .

$$\frac{m_3 g l_2}{2m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2} < 0 \quad (15)$$

Warunek ten nigdy nie będzie spełniony, gdyż licznik jako iloczyn masy, przyspieszenia i długości będzie zawsze dodatni i jednocześnie mianownik tego ułamka jako suma iloczynów czynników dodatnich zawsze będzie dodatni. Zatem układ jest niestabilny.

Obserwowalność jest własnością układu sterowania, która stwierdza, czy jest możliwe określenie wewnętrznego stanu obiektu, na podstawie odczytu sygnału sterującego oraz odczytu sygnału wyjściowego. Obserwowalność określa zdolność do obserwowania stanu układu. Macierz obserwowalności  $\mathbf{M}_o$  dla badanego układu:

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} \quad (16)$$

gdzie:  $\mathbf{C}$  - macierz wyjścia.

Podstawiając macierze  $\mathbf{C}$  i  $\mathbf{A}$  z równań (9) i (10) otrzymuje się macierz obserwowalności:

$$\mathbf{M}_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Macierz  $\mathbf{M}_0$  jest macierzą drugiego rzędu oraz wyznacznik tej macierzy jest różny od zera, ( $\det \mathbf{M}_0=1$ ), zatem badany obiekt jest obserwowalny [2], [3].

Układ jest całkowicie sterowalny jeśli dla macierzy sterowalności (17),  $\text{rz} \mathbf{M}_c=n$ ,  $k \leq n$ .

$$\mathbf{M}_c = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (17)$$

Macierz sterowalności i jej wyznacznik dla analizowanego układu wynoszą:

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{bmatrix}, \quad \det \mathbf{M}_c = -b^2 \quad (18)$$

Wyznacznik  $M_c$  jest różny od zera. Rząd macierzy sterowalności rozpatrywanego układu  $n=2$ , a liczba wierszy  $k=2$ . Warunek konieczny sterowalności [1] jest więc spełniony. Układ jest sterowalny.

Analiza modelu matematycznego badanego układu wykazała że obiekt jest niestabilny, obserwowalny i sterowalny. Można więc zbudować taki układ regulacji, który zapewni stabilność układu.

### 3. Model wahadła

Przystępując do budowy modelu dydaktycznego przyjęto założenia:

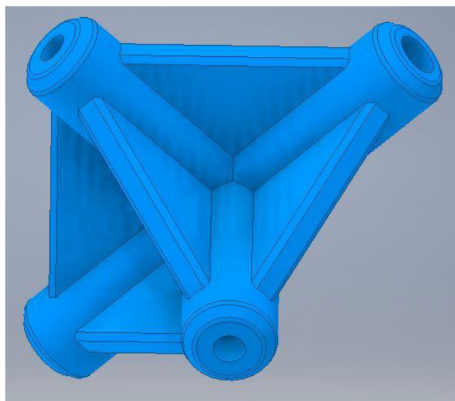
Rozmieszczenie napędów w jednej osi, prostopadle do ramienia głównego (wskaznikowego), po obu jego stronach, w równej odległości, tak, aby układ w spoczynku przypominał literę  $T$  (rys.1.).

- zamocowanie wahadła do obrotowej osi, prostopadłej do płaszczyzny utworzonej przez ramiona wahadła,
- zasilanie silników przekazywane przez połączenie ślizgowe usytuowane na osi obrotowej,
- zabezpieczenie wirujących śmigieł osłonami,
- obudowa układu sterowania i zasilania zwarta, kompaktowa, transparentna,
- mocowanie całego urządzenia w pozycji wiszącej (płaszczyzna ramion równoległa do płaszczyzny zamocowania),
- możliwość łatwego montażu i demontażu ramion urządzenia w celach transportowych,
- wyposażenie urządzenia w łatwy do programowania układ przetwarzania danych,
- możliwość sterowania urządzeniem na kilka sposobów, w tym zdalnie,
- wyposażenie modelu w interfejs umożliwiający zmianę nastaw regulatora oraz zapisu wielkości pomiarowych.

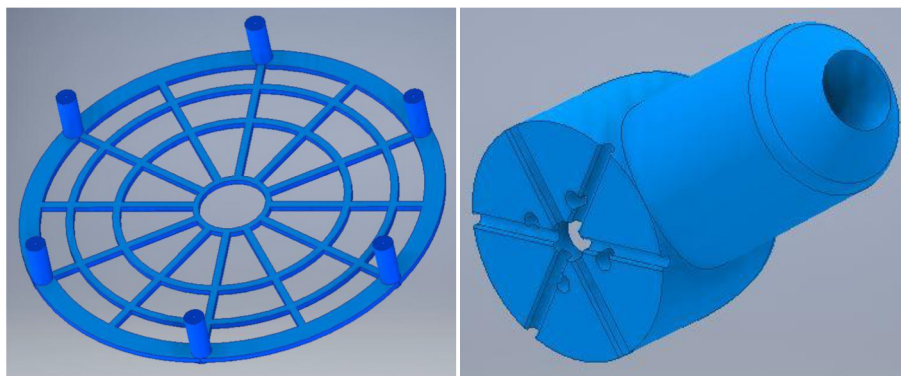
#### 3.1. Konstrukcja wahadła

Konstrukcja główna urządzenia zbudowana została ze stopu aluminium oraz tworzywa sztucznego. Obudowę zasilacza, układu sterującego, enkodera i połączenia ślizgowego wykonano z przezroczystego tworzywa Plexiglas, obrabianego ręcznie. Ramiona poprzeczne, na których zawieszono napędy zbudowano z rurek aluminiowych, ramię główne (wskaznikowe) oraz oś z rurki aluminiowej. Element łączący ramiona i oś został wydrukowany z tworzywa PLA na drukarce 3D według projektu przedstawionego na rys.2. Modele elementów przeznaczonych do druku 3D

wykonano w programie Autodesk Inventor Professional 2019. Z tworzywa sztucznego zostały również zaprojektowane i wydrukowane osłony śmigieł (rys. 3) oraz uchwyty silników BLDC (rys. 4.).



Rysunek 2. Model łącznika osi wahadła z ramionami [4]

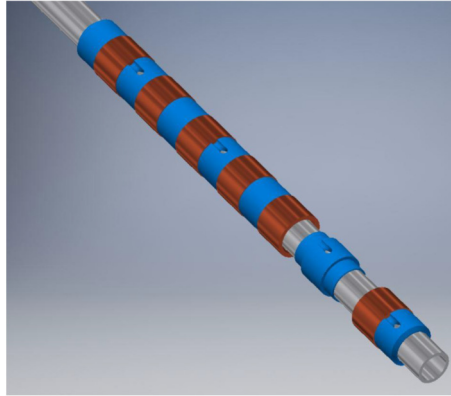


Rysunek 3. Model osłony śmigieł [4]

Rysunek 4. Model uchwyty silników [4]

### 3.2. Układ napędowy i zasilanie

Z racji tego że wahadło wykonuje obroty wokół osi, kłopotliwym stało się przeniesienie zasilania silników od układu zasilającego do silników. Każdy z silników wymaga doprowadzenia trzech przewodów zasilających. Dostępne na rynku połączenia ślizgowe są drogie. Wykonano więc projekt połączenia ślizgowego (rys. 5) składającego się z tulei izolujących wydrukowanych na drukarce 3D oraz tulei miedzianych, wytoczonych później na tokarce konwencjonalnej z wałka miedzianego.



Rysunek 5. Model połączenia ślizgowego układu zasilania silników[4]



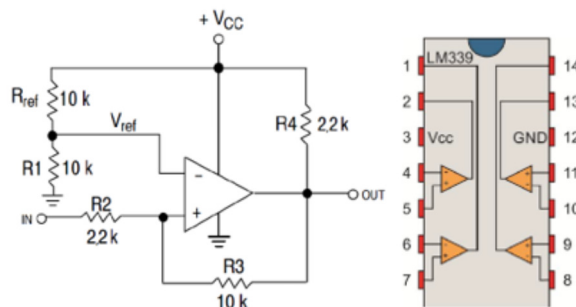
Rysunek 6. Połączenie ślizgowe [4]

Niezbędnymi elementami w układzie przeniesienia zasilania są szczotki węglowe wraz ze szczotkotrzymaczami. Wykorzystano szczotkotrzymacze ogólnodostępne jako części zamienne do elektronarzędzi. Możliwość swobodnego obrotu zapewniają dwa łożyska samonastawne, które stanowią jednocześnie podporę osi wahadła. Całość układu połączenia ślizgowego zmontowano i przytwierdzono do obudowy (rys. 6).

### 3.3. Układ pomiarowy kąta wychylenia wahadła

Jednym z ważniejszych elementów urządzenia jest układ pomiarowy położenia kąowego. Odpowiada on za odczyt położenia kąowego wahadła względem położenia początkowego. Enkoder obrotowy inkrementalny składa się z tarczy zamontowanej w osi wahadła, czujnika szczelinowego, oraz układu logicznego połączonego z komparatorem tak, aby sygnał wyjściowy z enkodera był łatwiejszy do zarejestrowania przez mikroprocesor.

Do budowy enkodera wykorzystano tarczę i czujnik szczelinowy drukarki atramentowej, gdyż odpowiednio duża średnica tarczy oraz gęstość podziałki pozwalają na pomiar kąta z dużą dokładnością oraz komparator z układem LM339, (rys. 7) tak aby utworzyć komparator nieodwracający z histerezą [5].



Rysunek. 7. Schemat komparatora nieodwracalnego z histerezą oraz układ LM339

Rzeczywisty sygnał wyjściowy z enkodera ma przebieg sinusoidalny o amplitudzie wynoszącej około 1V, który nie jest jednoznaczny dla układu zliczającego impulsy. Aby rozwiązać ten problem zastosowano komparator. Jako układ zliczający impulsy enkodera wykorzystano platformę mikroprocesorową Arduino.

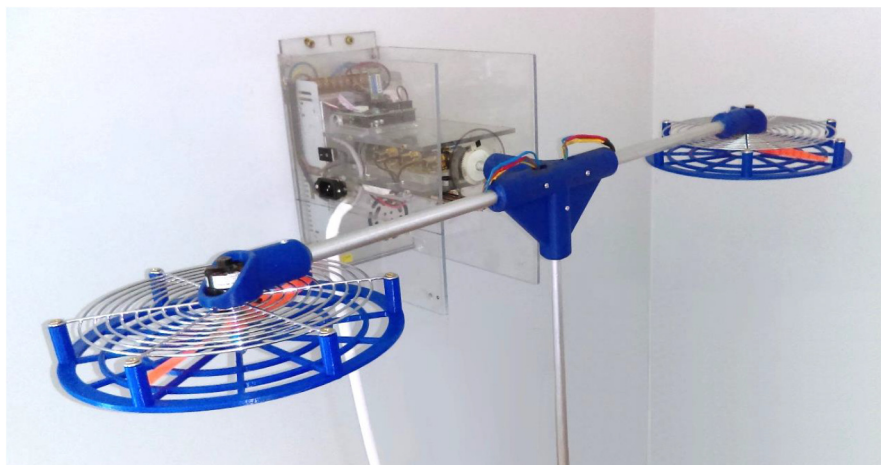
### 3.4. Układ regulacji

Za prawidłowe zbieranie, przetwarzanie i wymianę danych pomiędzy elementami układu jest odpowiedzialny mikroprocesor ATMEGA 328P firmy Atmel umieszczony w platformie Arduino Uno. Do niego wysyłane są sygnały z komparatora, które interpretuje jako zmianę wychylenia wahadła. Mikroprocesor zbiera również sygnały sterujące z peryferiów, generowane m.in. wciśnięciem przycisku, nawiązaniem połączenia z innym urządzeniem. Jest też odpowiedzialny za wymianę danych pomiędzy urządzeniem a interfejsem użytkownika, przez co urządzeniem można sterować, czy też komunikację pomiędzy urządzeniami współpracującymi. Jednak kluczową funkcją tego układu z punktu widzenia automatyki jest sterowanie silnikami w taki sposób aby wahadło utrzymywało się w górnej pozycji pionowej (lub w innej żądanej).

W układzie regulacji zaimplementowano programowo regulator PID. Platforma Arduino posiada wbudowaną bibliotekę dla regulatora PID co znacznie ułatwia programowanie układu regulacji. Do poprawnego działania należy określić główne parametry regulatora. Zmienną wejściową układu jest aktualne położenie kątowe wahadła, zmienną wyjściową jest parametr sterujący pracą silników. Należy też określić wartości nastaw parametrów regulatora:  $K_p$ ,  $K_i$  i  $K_d$ . Nastawy te dobrano ręcznie, zmieniając nastawy parametrów, tak, aby zredukować oscylacje wahadła do zadowalającego poziomu.

### 3.5. Model fizyczny

Zaprojektowane i wykonane elementy opisane w poprzednich podrozdziałach pracy [4] po zmontowaniu tworzą fizyczny model urządzenia (rys.8).



Rysunek 8. Fizyczny model wahadła odwróconego. Widok ogólny [4]



Można wyróżnić ramię główne (wskaźnik) wahadła, w pozycji pionowej, ramiona napędów z silnikami i osłonami połączenie osi z ramionami wahadła, element łączący ramiona i oś, obudowę układów elektronicznych.

#### 4. Sterowanie modelem wahadła odwróconego

Urządzenie zostało zaprogramowane tak, aby mogło być sterowane na kilka sposobów. Dostępne jest sterowanie z panelu przełączników, sterowanie bezprzewodowe oraz sterowanie przez aplikację komputerową.

##### 4.1. Sterowanie ręczne

Sterowanie z panelu przełączników jest realizowane za pomocą trzech przycisków: zielonego (*g*), czarnego (*bc*) i niebieskiego (*b*), umieszczonych na bocznej ścianie wyłącznika bezpieczeństwa (rys. 9.).



Rysunek 9. Panel sterowania ręcznego [4]

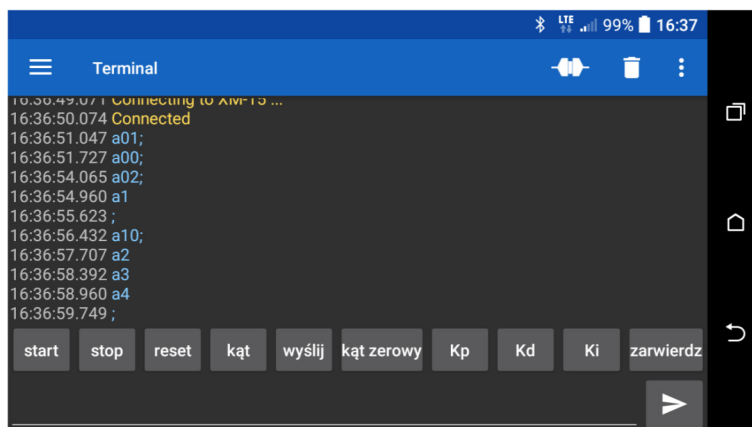
Ten interfejs jest związany na stałe z urządzeniem. Praca w tym trybie jest realizowana w następujący sposób: należy ustawić wahadło w dolnym położeniu i nacisnąć niebieski przycisk, którego naciśnięcie powoduje zapamiętanie początkowego ustawienia kąтового wahadła. Wahadło podczas pracy będzie dążyło do utrzymania pozycji odwróconej o  $180^\circ$  od pozycji początkowej. Naciśnięcie zielonego przycisku rozpoczyna procedurę startową urządzenia. Po rozbudowaniu wskaźnik wahadła ustawia się w pozycji  $180^\circ$  od położenia początkowego. Układ regulacji pilnuje aby wahadło nie wypadło z położenia równowagi. W momencie wytrącenia wahadła z równowagi układ regulacyjny przywraca wahadło do wcześniejszego położenia. Naciśnięcie czarnego przycisku powoduje zatrzymanie pracy silników. W tym trybie pracy nie ma możliwości zmiany oczekiwanego położenia w trakcie pracy.

##### 4.2. Sterowanie bezprzewodowe. Bluetooth

Na potrzeby prezentacji tego sposobu sterowania wykonano bardzo prostą aplikację w programie Serial Bluetooth Terminal, zainstalowanym na urządzeniu z systemem android. Interfejs tego programu pokazano na rys. 10.

Program do sterowania wykorzystuje przyciski, które są zaprogramowane w taki sposób, że po naciśnięciu wysyłają przez terminal ciąg znaków, który jest odbierany

przez moduł i odpowiednio interpretowany. Przycisk „start” wysyła polecenie „a01;” co jest interpretowane tak samo jak naciśnięcie zielonego przycisku (opis działania przycisków w poprzednim podrozdziale) czyli rozpoczyna procedurę startową. Przycisk „stop” powoduje zatrzymanie pracy silników napędowych (tak jak przycisk czarny w trybie sterowania ręcznego), poprzez wysłanie polecenia „a00;”. Przycisk „reset” wysyłając komendę „a02;” resetuje początkowe położenie wahadła (tak jak przycisk niebieski w sterowaniu ręcznym).



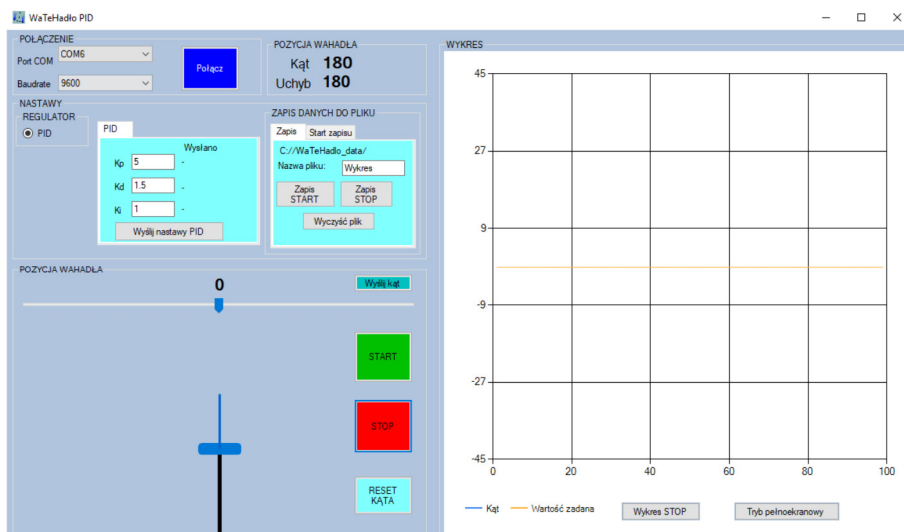
Rysunek 10. Interfejs programu do sterowania bezprzewodowego

Sterowanie za pomocą komend terminalowych daje ogromne możliwości do rozbudowy tego interfejsu, posiada jednak pewne ograniczenie. Nie należy wysyłać komend generowanych przez kombinację przycisków i wartości w trakcie pracy urządzenia. Wysłanie części komendy powoduje oczekiwanie mikroprocesora na znak zakończenia, co zamraża chwilowo system, a wahadło zostaje na ten czas bez sterowania. Zmiany parametrów należy więc wykonywać przy wyłączonym napędzie.

### 4.3. Sterowanie przez aplikację komputerową

W celu łatwiejszej kontroli urządzenia oraz zwiększenia funkcjonalności stworzono w programie Visual Studio 2019 aplikację komputerową WaTeHadło PID, napisaną w języku C#, która umożliwia sterowanie urządzeniem z poziomu komputera, wymianę danych między urządzeniem a komputerem oraz eksport danych z przebiegu pracy do pliku tekstowego. Interfejs aplikacji sterującej przedstawiono na rys. 11.

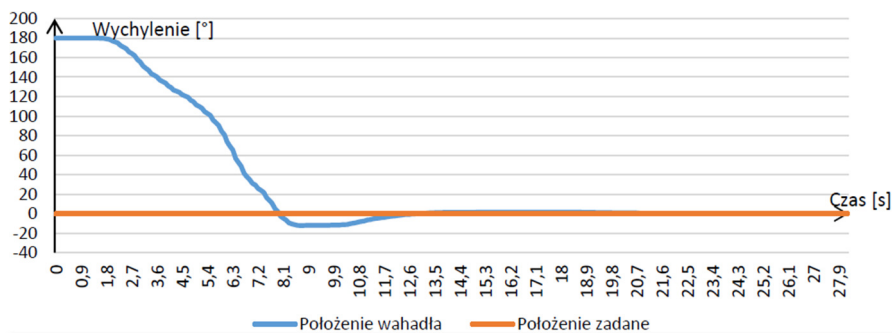
Po nawiązaniu połączenia możemy użyć przycisków „START”, „STOP” oraz „RESET”, których naciśnięcie powoduje odpowiednio start napędów i systemu regulacji, zatrzymanie napędów, resetowanie położenia wahadła (tak jak w przypadku sterowania ręcznego). Aplikacja daje możliwość zmiany wartości nastaw parametrów  $K_p$ ,  $K_d$  i  $K_i$  regulatora PID stabilizującego wahadło. Zmiany tych nastaw dokonujemy poprzez wpisanie wartości w polu „NASTAWY” i kliknięcie przycisku „Wyślij nastawy PID”. Jeśli komunikacja przebiegła pomyślnie obok wpisanych wartości w miejscu kresek pojawiają się wczytane wartości. W tym trybie sterowania zmian nastaw regulatora można dokonywać w dowolnym momencie.



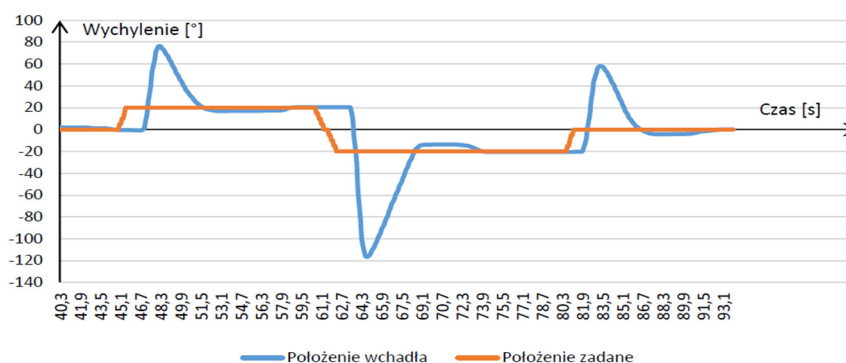
Rysunek 11. Interfejs aplikacji sterującej [4]

## 5. Badania testowe stanowiska

Po zmontowaniu i zaprogramowaniu wahadła wykonano wiele testów działania urządzenia w celu wyeliminowania błędów w oprogramowaniu oraz weryfikacji poprawności działania układu. Układ testowano przy różnych nastawach parametrów regulatora PID z wykorzystaniem wszystkich możliwych sposobów sterowania. Na rys.12 i rys.13 pokazano przykładowe przebiegi kąta wychylenia wahadła w trakcie pracy modelu sterowanego przez aplikację komputerową. Na rys. 12. przedstawiono sytuację, w której wahadło jest ustawiane do pozycji pionowej (start). Testowanie pracy wahadła prowadzono również pod kątem prawidłowości zmian zadanego położenia w trakcie pracy układu (rys.13).



Rysunek 12. Praca układu przy  $K_p=3$ ,  $K_d=2$  i  $K_i=1$ . Rozruch do położenia  $0^\circ$  (pion)



Rysunek 13. Praca układu przy  $K_p=3$ ,  $K_d=2$  i  $K_i=1$ . Zmiana zadanego położenia podczas pracy

## 6. Podsumowanie

Model fizyczny został tak skonstruowany, że pozostawia spore możliwości rozbudowy stanowiska i rozwoju projektu. Układ opisano modelem matematycznym i zbadano jego cechy. Rozwiązanie równań różniczkowych opisujących układ może stanowić rozwinięcie tego projektu. Stanowisko poddano badaniom testowym. W układzie wykorzystano regulator PID, jednak praca nie obejmowała badania przy jakich nastawach układ zachowuje się najskuteczniej. Nastawy regulatora PID zostały dobrane metodą inżynierską. Model fizyczny pozwala badać nie tylko wpływ doboru nastaw regulatora PID, ale również skuteczność innych regulatorów: LQR, czy Fuzzy Logic. Platforma programistyczna pozostawia miejsce na implementacje tego typu regulatorów. Układ ma również możliwość rozbudowy o ciężarek na wskaźniku, który wraz ze zmianą odległości od osi będzie zmieniał położenie środka ciężkości układu, co może stanowić podstawę do ciekawych badań. Możliwości rozszerzenia funkcjonalności tego urządzenia są bardzo duże.

## LITERATURA

1. GESSING R.: Podstawy automatyki. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2001.
2. HORLA D.: Podstawy automatyki ćwiczenia laboratoryjne, Poznań 2003
3. URBANIAK A.: Podstawy automatyki, Wyd. 1, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2001.
4. BANAŚ A.: Projekt i budowa stanowiska dydaktycznego wahadła odwróconego z napędem śmigłowym. Praca inżynierska, ATH. Bielsko-Biała, 2020.
5. MASŁANKA K., RĘKAWEK P., JANUSZ J., KŁOSIŃSKI J.: Urządzenia pomiarowe wykorzystywane w dydaktycznych stanowiskach laboratoryjnych. Pomiary, Automatyka, Kontrola. Vol. 30, nr 8, 2014, s. 556-559.