

Sebastian JAGOSZ¹, Bartosz SLACZALEK²

Opiekun naukowy: Józef DREWNIAK³

ZAKRESY PRZEŁOŻEŃ KINEMATYCZNYCH PRZEKŁADNI PLANETARNYCH 2KH

Streszczenie: Celem referatu jest wyznaczenie teoretycznych i praktycznych zakresów możliwych wartości przełożeń kinematycznych dla wszystkich czterech odmian przekładni planetarnych 2KH o jednym stopniu ruchliwości. Dlatego też wyprowadzono wzory na przełożenia kinematyczne dla wszystkich konfiguracji kierunku przeniesienia napędu. Dodatkowo wyprowadzono wzory na prędkości obrotowe i obwodowe oraz siły w ząbieniach i momenty obrotowe dla jednej wybranej konfiguracji kierunku przeniesienia napędu. Zakresy przełożeń zebrano w Tabeli.

Słowa kluczowe: przekładnia planetarna, przełożenie kinematyczne, wzór Willis'a

RANGE OF 2KH PLANETARY GEAR RATIOS

Summary: The aim of the paper is to determine the theoretical and practical ranges of possible gear ratios values for all four types of 2KH planetary gears with one degree of mobility. Therefore, the gear ratios formulas for all drive direction configurations have been derived. Additionally, formulas for rotational and circumferential velocity as well as forces in mesh and torques for one selected configuration of the drive transmission direction were derived. The gear ratios ranges are summarized in the table.

Keywords: planetary gear, gear ratio, Willis formula

1. Wprowadzenie

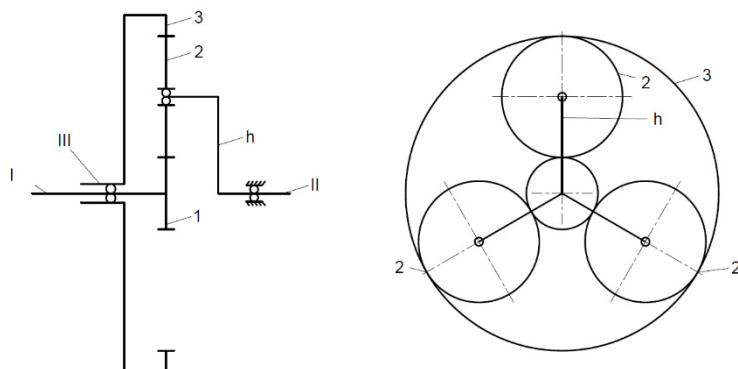
Dzięki swoim zaletom przekładnie planetarne 2KH zdobywają coraz większą popularność. W około 99% są wykorzystywane jako reduktory pracujące w zakresie przełożeń kinematycznych $3 \leq i_{planet} < 9$ [1, 2, 3, 4]. Składają się z koła słonecznego

¹ Akademia Techniczno-Humanistyczna, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, specjalność: KWKiW, email sj052999@student.ath.edu.pl

² Akademia Techniczno-Humanistyczna, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, specjalność: KWKiW, email bs053008@student.ath.edu.pl

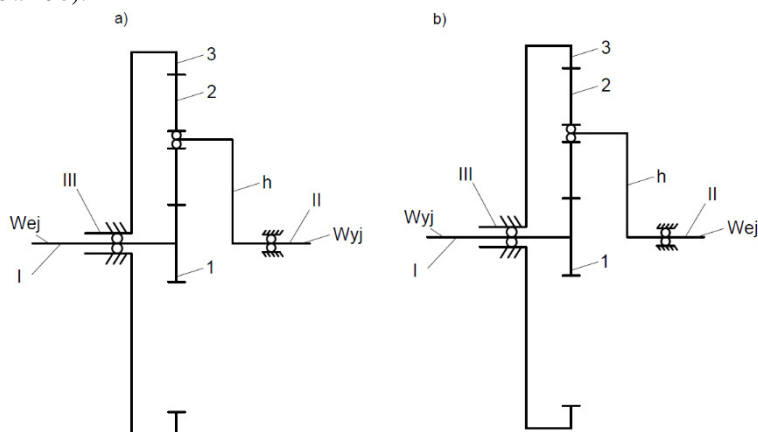
³ dr hab. inż., Akademia Techniczno-Humanistyczna, Wydział Budowy Maszyn i Informatyki, jdrewniak@ath.bielsko.pl

I z wałem I, z satelitów (kół planetarnych) w liczbie $s = 3, 4, 5$ lub $s = 6$ osadzonych obrotowo na osiach jarzma h z wałem II oraz koła wieńcowego 3 z wałem III (Rys. 1). Jak widać, przekładnia ta posiada aż trzy wały, dzięki czemu może pracować aż w ośmiu różnych konfiguracjach przeniesienia napędu jako reduktor lub multiplikator.



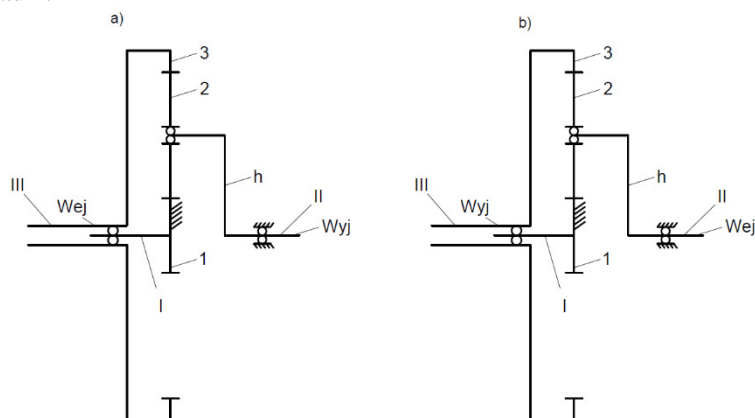
Rysunek 1. Schemat kinematyczny przekładni o dwóch stopniach ruchliwości

Mianowicie trzy konfiguracje można utworzyć z przekładni o dwóch stopniach ruchliwości charakteryzującej się tym, że dwa dowolne wały pracują jako czynne (napędzane z dwóch źródeł energii), a trzeci jest wtedy wałem biernym. Tak więc istnieją tutaj trzy kombinacje konfiguracji, każda teoretycznie o nieskończonej liczbie przypadków przełożenia kinematycznego zależnego od wartości i kierunku dodatkowej (drugiej) wejściowej prędkości obrotowej. Unieruchomienie któregośkolwiek wału spośród dwóch I i III powoduje, że przekładnia staje się przekładnią o jednym stopniu ruchliwości. Wtedy to istnieją cztery konfiguracje przeniesienia napędu, a mianowicie od wału I do wału II (jarzma) i odwrotnie (Rys. 2a i 2b) oraz podobnie od wału III do wału II (jarzma) i odwrotnie (Rys. 3a i 3b).



Rysunek 2. Schematy kinematyczne przekładni o jednym stopniu ruchliwości z kierunkiem napędu a) od koła 1 na jarzmo h b) odwrotnym

Każda z tych konfiguracji charakteryzuje się przełożeniem kinematycznym z pewnego zakresu, tak więc wśród czterech wariantów przekładni można rozróżnić reduktory i multiplikatory o niskim lub wyższym przełożeniu. Możliwość rozróżniania wariantów przekładni ma duże znaczenie przy syntezie przekładni wielostopniowych. Wtedy to łatwiej jest dobrać układ przekładni złożonej o wymaganym przełożeniu kinematycznym. W niniejszej pracy zostaną dodatkowo przedstawione dwie metody analizy kinematyki i statyki wybranej konfiguracji przekładni.



Rysunek 3. Schematy kinematyczne przekładni o jednym stopniu ruchliwości z kierunkiem napędu a) od koła 3 na jarzmo h b) odwrotnym

2. Przełożenia kinematyczne przekładni planetarnych 2KH

2.1. Przekładnia planetarna o kierunku napędu od koła 1 na jarzmo h

Przełożenie kinematyczne przekładni planetarnej o kierunku przeniesienia napędu od koła słonecznego 1 na jarzmo h przy unieruchomionym kole wieńcowym 3 (Rys. 2a) definiuje się następująco:

$$i_{1,h}^3 = \left(\frac{n_1}{n_h} \right)_{n_3=0} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_h} \right)_{\omega_3=0} \quad (1)$$

Z wzoru (1) nie jest możliwe bezpośrednie wyznaczenie wartości przełożenia lub którejkolwiek z dwu prędkości n_1 lub n_h . Ale istnieje wiele metod stosowanych do wyznaczania tych wielkości, wśród których można wyróżnić metodę Willisa [1÷4], metodę graficzno-analityczną z planem prędkości [1], metody wykorzystania grafów [7] i inne [6].

Najczęściej stosowany wzór Willisa dotyczy przekładni jak gdyby zmodyfikowanej, w której w przeciwieństwie do definicji przełożenia kinematycznego (1), prędkości obrotowe n_j lub kątowne ω_j kół ($j = 1, 3$) zastępuje się prędkościami względnymi względem jarzma h tych samych kół, czyli $n_j^h = n_j - n_h$ lub $\omega_j^h = \omega_j - \omega_h$.

Tak więc postać wzoru Willisa dla analizowanej przekładni przedstawia się następująco:

$$i_{1,3}^h = \frac{n_1^h}{n_3^h} = \frac{n_1 - n_h}{n_3 - n_h} = \frac{n_1 - n_h}{-n_h} \quad (2)$$

ponieważ zgodnie z założeniem $n_3 = \omega_3 = 0$.

Przełożenie $i_{1,3}^h$ nazywa się przełożeniem bazowym [1, 2, 4] dla kierunku napędu od koła 1 do koła 3 i dla prędkości względnych n_j^h ($j = 1, 3$). Po przekształceniu zależności Willisa (2) otrzymuje się wzór na przełożenie bazowe $i_{1,3}^h$ w funkcji poszukiwanego przełożenia przekładni planetarnej $i_{1,h}^3$ (3):

$$i_{1,3}^h = 1 - \frac{n_1}{n_h} = 1 - i_{1,h}^3 \quad (3)$$

Wzór na przełożenie bazowe $i_{1,3}^h$ dla rozpatrywanego przypadku napędu można także wyznaczyć z innej zależności w funkcji liczby zębów kół (jak dla przekładni o osiach stałych):

$$i_{1,3}^h = \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^h = i_{1,2}^h \cdot i_{2,3}^h = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2} \right) = \frac{z_3}{z_1} \quad (4)$$

Ostatecznie z zależności (3) i (4) otrzymuje się poszukiwany wzór na przełożenie $i_{1,h}^3$

$$i_{1,h}^3 = 1 - i_{1,3}^h = 1 - \frac{z_3}{z_1} \quad (5)$$

Mając daną prędkość wejściową przekładni, czyli prędkość obrotową koła słonecznego 1 n_1 oraz przełożenie kinematyczne przekładni $i_{1,h}^3$, wyznaczyć można prędkość wyjściową przekładni n_h , czyli prędkość obrotową jarzma 3 z definicji (1):

$$n_h = \frac{n_1}{i_{1,h}^3} \quad (6)$$

Zgodnie z wzorem (5) przełożenie kinematyczne tej przekładni teoretycznie może przyjąć wartości $x > 1$, gdzie $x \in \mathbb{R}$ (\mathbb{R} - zbiór liczb rzeczywistych). Jest to więc przekładnia redukcyjna o tym samym kierunku obrotów wału czynnego I i biernego II. Ponieważ ze względów konstrukcyjnych musi być spełniony mniej więcej warunek $|z_3| \geq 2 \cdot z_1$, więc praktyczny zakres przełożenia może ograniczać się do wartości:

$$3 \leq i_{1,h}^3 < 9 \quad (7)$$

gdzie graniczne wartości uwarunkowane są wielkościami kół zębatych, odpowiednio satelity 2 oraz koła wieńcowego 3.

Przykładowo przełożenie takiej typowej przekładni obiegowej z kołami o liczbach zębów $z_1 = 24$, $z_2 = 39$ i $z_3 = -102$ wynosi:

$$i_{1,h}^3 = 1 - \frac{z_3}{z_1} = 1 - \frac{-102}{24} = 5,25$$

2.2. Przekładnia planetarna o kierunku napędu od jarzma h na koło 1

Przekładnia ta przenosi napęd w kierunku przeciwnym niż przekładnia omawiana powyżej. Tak więc zgodnie z definicją jej przełożenie można przedstawić wzorem:

$$i_{h,1}^3 = \left(\frac{n_h}{n_1} \right)_{n_3=0} = \left(\frac{\omega_h}{\omega_1} \right)_{\omega_3=0} \quad (8)$$

Ponieważ unieruchomione jest to samo koło wieńcowe 3 jak w przekładni poprzedniej, więc zależność Willisa na przełożenie bazowe przyjmuje tę samą postać (2). Należy także przeprowadzić odpowiednie przekształcenia, aby otrzymać zgodny z definicją (8) iloraz (n_h/n_1) :

$$\frac{n_h}{n_1} = \frac{1}{1 - i_{1,3}^h} = (1 - i_{1,3}^h)^{-1} \quad (9)$$

Przełożenie kinematyczne przekładni o kierunku napędu od koła 1 do koła 3 względem jarzma h można także wyznaczyć z tego samego wzoru, co wzór (4). Tak więc z zależności (9) i (4) otrzymuje się ostateczny wzór na przełożenie $i_{h,1}^3$ w postaci odwrotności wzoru (5):

$$i_{h,1}^3 = \frac{1}{1 - i_{1,3}^h} = \left(1 - \frac{z_3}{z_1} \right)^{-1} \quad (10)$$

Zgodnie z wzorem (10) oraz zakresem przełożeń (7) przełożenie kinematyczne tej przekładni zawiera się praktycznie w granicach:

$$0,111 < i_{h,1}^3 \leq 0,333 \quad (11)$$

czyli jest to przekładnia multiplikacyjna także o tym samym kierunku obrotów wejściowych i wyjściowych.

Przykładowo przełożenie takiej przekładni obiegowej z kołami o tej samej liczbie zębów jak w poprzedniej przekładni wynosi:

$$i_{h,1}^3 = \frac{1}{\left(1 - \frac{z_3}{z_1} \right)} = \frac{1}{1 - \frac{-102}{24}} = 0,190$$

2.3. Przekładnia planetarna o kierunku napędu od koła 3 na jarzmo h

Kolejne dwie konfiguracje przeniesienia napędu polegać będą na unieruchomieniu koła słonecznego l . Przełożenie pierwszego wariantu tej konfiguracji o kierunku napędu od koła wieńcowego 3 na jarzmo h zgodnie z definicją przyjmuje postać:

$$i_{3,h}^l = \left(\frac{\omega_3}{\omega_h} \right)_{\omega_l=0} = \left(\frac{n_3}{n_h} \right)_{n_l=0} \quad (12)$$

Dla przypadku przekładni z unieruchomionym kołem l z uwagi na kolejne przekształcenia wygodniej jest stosować następującą postać wzoru Willis'a:

$$i_{3,l}^h = \frac{n_3^h}{n_l^h} = \frac{n_3 - n_h}{n_l - n_h} = \frac{n_3 - n_h}{-n_h} = 1 - \frac{n_3}{n_h}, \quad (13)$$

Teraz wzór na przełożenie bazowe $i_{3,l}^h$ w funkcji liczby zębów kół przedstawia się inaczej niż dla pierwszych dwóch wariantów:

$$i_{3,l}^h = \left(\frac{n_3}{n_l} \right)^h = i_{3,2}^h \cdot i_{2,l}^h = -\frac{z_2}{z_3} \cdot \left(-\frac{z_l}{z_2} \right) = \frac{z_l}{z_3}. \quad (14)$$

Ostatecznie z zależności (13) i (14) otrzymuje się wzór na przełożenie kinematyczne:

$$i_{3,h}^l = 1 - i_{3,l}^h = 1 - \frac{z_l}{z_3} \quad (15)$$

Zgodnie z wzorem (15) oraz zakresem przełożeń (7) przełożenie kinematyczne przekładni o kierunku napędu od koła 3 na jarzmo h zawiera się w przedziale:

$$1,125 < i_{h3,h}^l \leq 1,5, \quad (16)$$

czyli jest to przekładnia redukcyjna także o tym samym kierunku obrotów wejściowych i wyjściowych.

Przykładowo przełożenie takiej przekładni obiegowej z kołami o tej samej liczbie zębów jak w poprzednich przekładniach wynosi:

$$i_{3,h}^l = 1 - \frac{z_l}{z_3} = 1 - \frac{24}{-102} = 1,235$$

2.4. Przekładnia planetarna o kierunku napędu od jarzma h na koło 3

Drugim wariantem przekładni o unieruchomionym kole l jest przekładnia o kierunku przeniesienia napędu od jarzma h na koło 3.

Zgodnie z definicją wzór na przełożenie tego wariantu napędu przedstawia się następująco:

$$i_{h,3}^l = \left(\frac{n_h}{n_3} \right)_{n_l=0} = \left(\frac{\omega_h}{\omega_3} \right)_{\omega_l=0}, \quad (17)$$

i stąd po wykorzystaniu wzoru Willisa (13) i zależności (14) otrzymuje się wzór na przełożenie kinematyczne analizowanej przekładni:

$$i_{h,3}^I = \frac{I}{I - i_{3,1}^h} = \left(I - \frac{z_1}{z_3} \right)^{-1} \tag{18}$$

Zgodnie z wzorem (18) oraz zakresem przełożeń (16) przełożenie kinematyczne przekładni o kierunku napędu od jarzma h do koła 3 zawiera się w przedziale:

$$0,667 \leq i_{h,3}^I < 0,889 \tag{19}$$

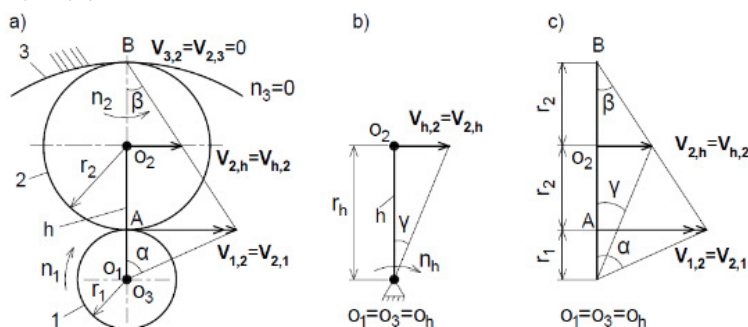
czyli jest to przekładnia multiplikacyjna o tym samym kierunku obrotów wejściowych i wyjściowych.

Przykładowo przełożenie takiej przekładni obiegowej z kołami o tej samej liczbie zębów jak w poprzednich przekładniach wynosi:

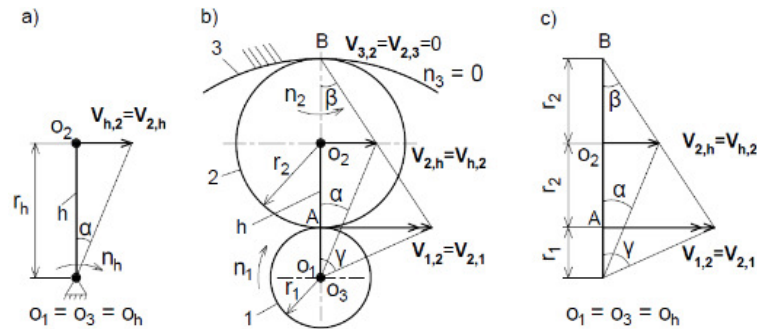
$$i_{h,3}^I = \frac{I}{I - \frac{z_1}{z_3}} = \left(I - \frac{24}{-102} \right)^{-1} = 0,8095$$

3. Rozkłady prędkości kół zębatych i jarzma przekładni 2KH

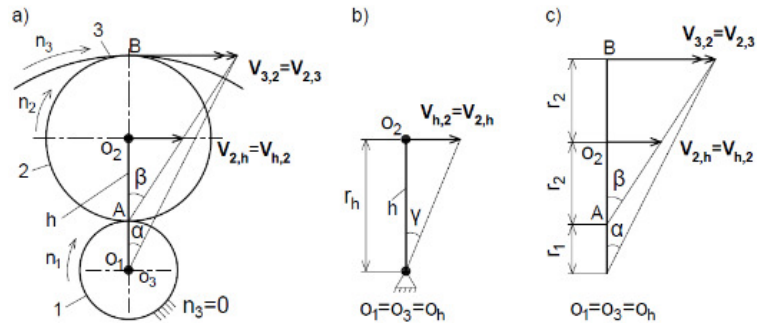
Na rysunku 4a i 4b, 5a i 5b, 6a i 6b oraz 7a i 7b przedstawiono rozkłady prędkości obwodowych kół i jarzma, natomiast na rysunku 4c, 5c, 6c i 7c plany prędkości obwodowych wszystkich czterech analizowanych przekładni. Prędkości obwodowe i kątowe wyznaczono przykładowo metodą graficzno-analityczną dla przekładni o kierunku napędu od koła 1 do jarzma h . Danymi są: prędkość obrotowa koła 1 - $n_1 = 3000/\pi \text{ obr}/\text{min}$ oraz średnice podziałowe kół: $d_1 = 48 \text{ mm}$, $d_2 = 78 \text{ mm}$, $d_3 = -204 \text{ mm}$.



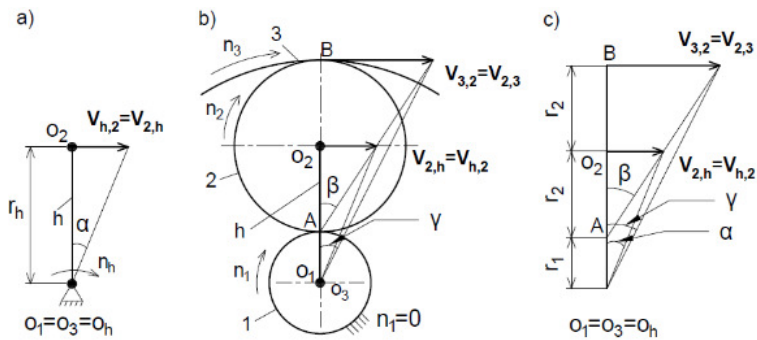
Rysunek 4. Rozkłady prędkości a), b) oraz plan prędkości c) elementów przekładni z kierunkiem napędu od koła 1 na jarzmo h



Rysunek 5. Rozkłady prędkości a), b) oraz plan prędkości c) elementów przekładni z kierunku napędem od jarzma h na koło 1



Rysunek 6. Rozkład prędkości a), b) oraz plan prędkości c) elementów przekładni z kierunku napędu od koła 3 na jarzmo h



Rysunek 7. Rozkłady prędkości a), b) oraz plan prędkości c) elementów przekładni z kierunku napędu od jarzma h na koło 3

Zgodnie z rysunkiem 4a prędkość obwodowa koła słonecznego 1 w punkcie styku z satelitą 2 wynosi:

$$v_{1,2} = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{\pi \cdot 3000}{\pi \cdot 30} \cdot \frac{48 \cdot 10^{-3}}{2} = 2,4 \frac{m}{s} \quad (20)$$

Prędkość obwodowa satelity 2 w punkcie styku z kołem słonecznym 1:

$$\mathbf{v}_{2,1} = \mathbf{v}_{1,2} \quad v_{2,1} = v_{1,2} = 2,4 \frac{m}{s}. \quad (21)$$

Prędkość obwodowa satelity 2 w punkcie styku z kołem wieńcowym 3:

$$\mathbf{v}_{2,3} = \mathbf{v}_{3,2} = \mathbf{0} \quad v_{2,3} = v_{3,2} = 0 \quad (22)$$

Prędkość obwodowa jarzma h (w środku koła 2) – zgodnie z rysunkiem 4a i b:

$$v_{2,h} = \frac{l}{2} \cdot v_{2,1} = 0,5 \cdot 2,4 = 1,2 \frac{m}{s} \quad (23)$$

Prędkość kątowna i obrotowa jarzma h zgodnie z rysunkiem 4a i b:

$$\mathbf{v}_{h,2} = \mathbf{v}_{2,h} \quad v_{h,2} = v_{2,h} = 1,2 \frac{m}{s} \quad (24)$$

$$v_{h,2} = \omega_h \cdot r_h \quad \Rightarrow \quad \omega_h = \frac{v_{h,2}}{r_h} = \frac{1,2 \cdot 10^3}{63} = 19,048 \frac{rad}{s}, \quad (25)$$

$$n_h = \frac{30 \cdot \omega_h}{\pi} = \frac{30 \cdot 19,048}{\pi} = 181,895 \text{ obr/min}, \quad (26)$$

gdzie promień ramienia jarzma $r_h = (d_1 + d_2)/2 = (48 + 78)/2 = 63 \text{ mm}$.

4. Rozkłady sił obwodowych działających na koła i jarzma przekładni

Na rysunkach 8 do 11 przedstawiono rozkłady sił obwodowych działających na koła zębate i jarzma wszystkich czterech wariantów przekładni obiegowych 2KH. Przedstawiono także przykładowe obliczenia tych sił dla najpopularniejszej konfiguracji przeniesienia napędu od koła 1 na jarzmo h . Dany jest moment obrotowy $T_1 = 300 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Siła obwodowa $F_{o1,2}$ działająca na koło 1 w punkcie styku z satelitą 2 (Rys. 8):

$$\sum T_i = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 - s \cdot F_{o1,2} \cdot \frac{d_1}{2} = 0 \quad (27)$$

$$F_{o1,2} = \frac{2 \cdot T_1}{s \cdot d_1} = \frac{2 \cdot 300 \cdot 10^3}{3 \cdot 48} = 4166,7 \text{ N} \quad (28)$$

Siły obwodowe $F_{o2,3}$ oraz $F_{o2,1}$ działające na satelitę 2:

$$\sum T_i = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{o2,3} \cdot \frac{d_2}{2} - F_{o2,1} \cdot \frac{d_2}{2} = 0, \quad (29)$$

$$F_{o2,3} = F_{o2,1} = 4166,7 \text{ N}, \quad \mathbf{F}_{o2,1} = -\mathbf{F}_{o1,2}, \quad (30)$$

$$\sum F_{ix} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{o2,3} + F_{o2,1} - F_{2,h} = 0 \quad (31)$$

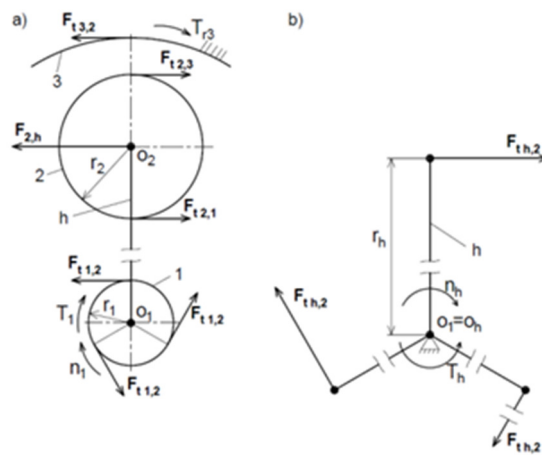
$$F_{2,h} = F_{o_{2,3}} + F_{o_{2,1}} = 8333,4 \text{ N} . \quad (32)$$

Moment utwierdzenia T_{r_3} oraz siła obwodowa $F_{o_{3,2}}$ działająca na koło 3:

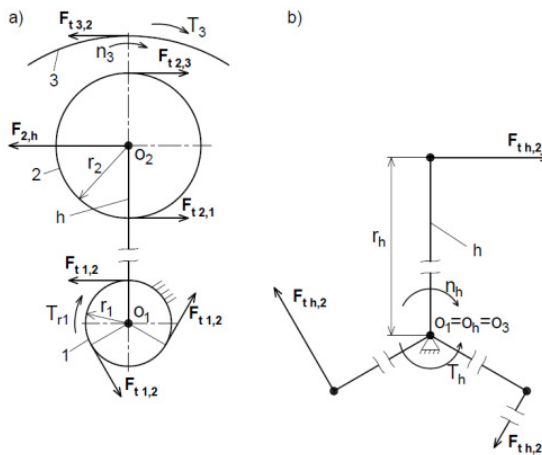
$$\sum T_i = 0 \Rightarrow -s \cdot F_{o_{3,2}} \cdot \frac{|d_3|}{2} + T_{r_3} = 0 \Rightarrow T_{r_3} = s \cdot F_{o_{3,2}} \cdot \frac{|d_3|}{2} . \quad (33)$$

$$F_{o_{3,2}} = F_{o_{2,3}} = F_{o_{2,1}} = F_{o_{1,2}} = 4166,7 \text{ N} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{F}_{o_{3,2}} = -\mathbf{F}_{o_{2,3}} . \quad (34)$$

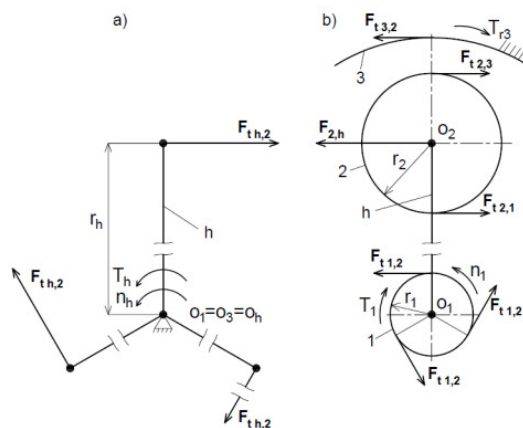
$$T_{r_3} = s \cdot F_{o_{3,2}} \cdot \frac{|d_3|}{2} = 3 \cdot 4166,7 \cdot \frac{|-204|}{2} \cdot 10^{-3} = 1275 \text{ N} \cdot \text{m} . \quad (35)$$



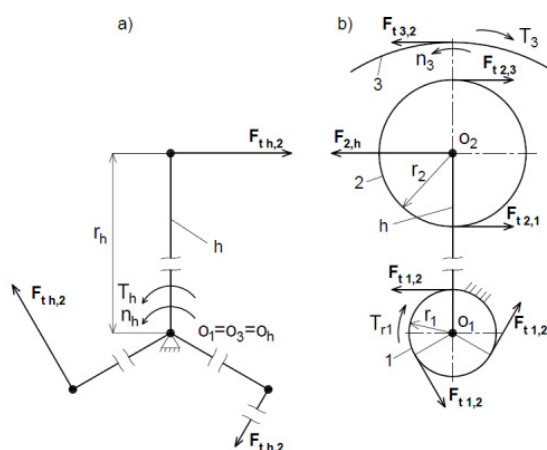
Rysunek 8. Rozkład sił w przekładni z kierunkiem napędu od koła 1 na h



Rysunek 9. Rozkład sił w przekładni z kierunkiem napędu od koła 3 na h



Rysunek 10. Rozkład sił w przekładni z kierunkiem napędu od h na koło 1



Rysunek 11. Rozkład sił w przekładni z kierunkiem napędu od h na koło 3

Siła obwodowa $F_{oh,2}$ działająca na jarzmo oraz moment oporu T_h :

$$\sum T_i = 0 \Rightarrow s \cdot F_{oh,2} \cdot r_h - T_h = 0 \Rightarrow T_h = s \cdot F_{oh,2} \cdot \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (36)$$

$$F_{oh,2} = F_{o2,h} = 8333,4 \text{ N} \text{ oraz } \mathbf{F}_{oh,2} = -\mathbf{F}_{o2,h} \quad (37)$$

$$T_h = s \cdot F_{oh,2} \cdot \frac{d_1 + d_2}{2} = 3 \cdot 8333,4 \cdot \frac{48 + 78}{2} \cdot 10^{-3} = 1575 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (38)$$

Sprawdzenie wartości momentu wyjściowego T_h

$$T_h = T_1 \cdot |i_{1,h}^3| \cdot \eta_{1,h}^3 = 300 \cdot 5,25 \cdot 1 = 1575 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Przyjęto wartość sprawności $\eta_{l,h}^3 = 1$, gdyż na tym etapie obliczeń można było jeszcze pominąć straty mocy w przekładni.

5. Zakończenie

W referacie określono praktyczne zakresy przełożeń kinematycznych dla wszystkich konfiguracji kierunku przeniesienia napędu. Posiadanie tych danych jest ważne, zwłaszcza przy projektowaniu przekładni planetarnych multiplikacyjnych oraz przekładni redukcyjnych o małym przełożeniu ($i < 2$). Z zestawienia wynika bowiem, że istnieją tzw. martwe pola przełożeń, dla których wykonanie przekładni jest niemożliwe lub bardzo kosztowne. Można tutaj nadmienić, że tych zaleceń nie można znaleźć w podstawowej literaturze dotyczącej obliczania i projektowania przekładni planetarnych [1, 2, 3, 4, 7], a umiejętność rozróżniania wariantów przekładni ma duże znaczenie przy syntezie przekładni wielostopniowych. Wtedy to łatwiej jest dobrać układ przekładni złożonej o wymaganym przełożeniu kinematycznym.

Tabela 1. Zakresy przełożeń kinematycznych przekładni 2KH

Przełożenie	Zakres
$i_{l,h}^3 = 1 - (z_3/z_1)$	$3 \leq i_{l,h}^3 < 9$
$i_{l,h}^3 = [1 - (z_3/z_1)]^{-1}$	$0,111 < i_{h,l}^3 \leq 0,333$
$i_{l,h}^3 = 1 - (z_1/z_3)$	$1,125 < i_{h,l}^3 \leq 1,5$
$i_{l,h}^3 = [1 - (z_1/z_3)]^{-1}$	$0,667 \leq i_{h,l}^3 < 0,889$

LITERATURA

1. SUROWIAK W.: Przekładnie obiegowe (planetarne). Państwowe Wydawnictwa Techniczne Warszawa 1959.
2. MÜLLER L.: Przekładnie obiegowe. PWN Warszawa 1983.
3. MÜLLER L., WILK A.: Zębate przekładnie obiegowe. WN PWN Warszawa 1996.
4. LOOMAN J.: Zahnradgetriebe. Springer-Verlag Berlin 1988.
5. DREWNIAK J.: Zbiór zadań z PKM z rozwiązaniami. Cz. III. Wyd. ATH 2002.
6. PARSZEWSKI Z.: Teoria maszyn i mechanizmów. WNT Warszawa 1967.
7. MARGHITU D.B.: Kinematic chains and machine components design. Elsevier Academic Press Amsterdam 2005.